

《数学大观》

二十五、古希腊的数学学派与

数学名家

主讲人：青课



01

古希腊的数学学派



古希腊数学教育是以**几何学**为中心，
注重**抽象思辨**和**公理化**，数学教育的主要
目的是培养学生的**逻辑思维能力**。

古希腊的数学教育形式主要是形成以
地域特色的古希腊的数学学派。





1. 爱奥尼亚学派：

爱奥尼亚学派，是古希腊第一个数学学派，由“科学之父”的泰勒斯创立。

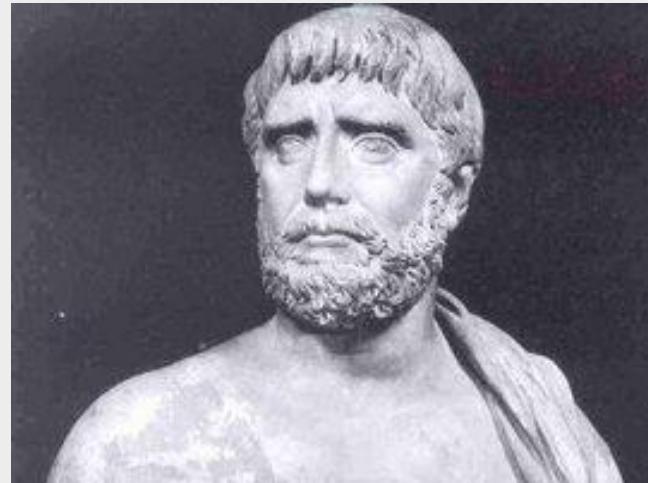
爱奥尼亚学派研究的对象是包括哲学和自然科学的自然哲学体系，数学与天文学是自然哲学的不可分割的部分。

爱奥尼亚学派是真正的希腊科学的开始。

泰勒斯 (Thales of Miletus, 约前625-前547) 是古希腊第一个数学家和哲学家，希腊最早的哲学学派——爱奥尼亚学派的创始人，被誉为希腊“科学之父”。

利用太阳影子计算金字塔的高度：

预测日食



泰勒斯



泰勒斯在数学方面的划时代贡献主要有：

- 把埃及的地圆几何演变成平面几何学，发现了许多几何学的基本定理，并应用到实践当中。
- 开始了命题证明。例如，“如果两个三角形有一条边以及这条边上的两个角对应相等，那么这两个三角形全等”。

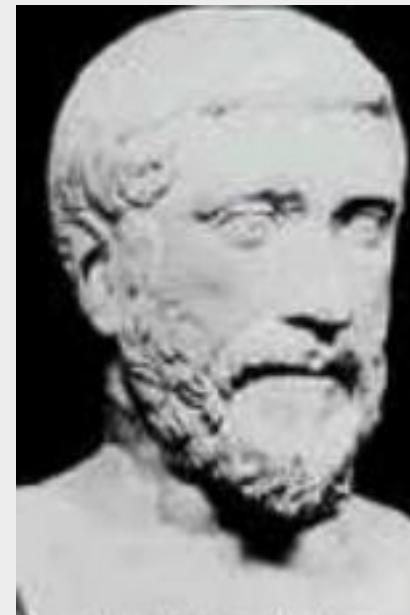
这个定理是泰勒斯最先发现并证明的，后人常称之为“泰勒斯定理”。



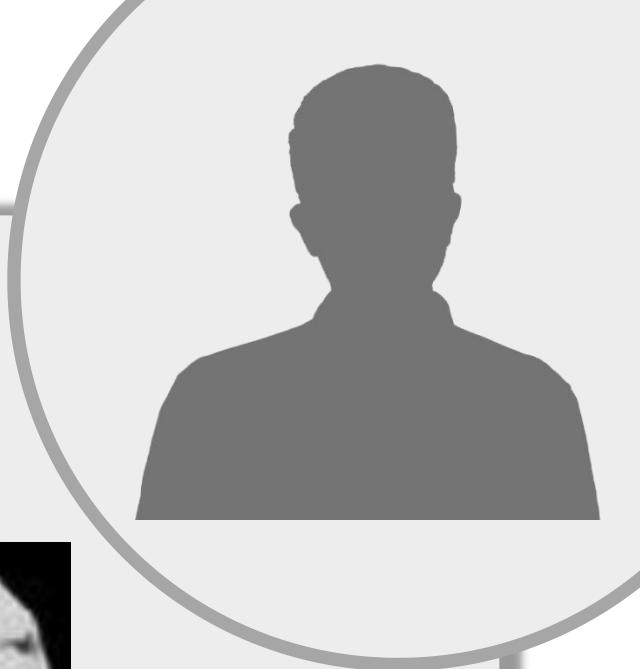
2. 毕达哥拉斯学派

毕达哥拉斯（公元前572-公元前497）出生在爱琴海中的萨摩斯岛(今希腊东部小岛)，与中国的孔子（公元前551-前479）同时，是科学史上最重要的人物之一。

约公元前530年，建立了一个宗教、政治、学术合一的团体，这就是毕达哥拉斯学派。



毕达哥拉斯



毕达哥拉斯学派信奉“万物皆数”的哲学信条，即将抽象的数作为万物的本源，通过揭露数的奥秘来探索宇宙的永恒真理。

他们将科学分为四大分支，即算术、几何、音乐、天文。

该学派注意到数与音乐和谐、数与几何图形、数与天体运行的关系，在对数的研究中带有神秘色彩。



毕达哥拉斯学派对在数学的发展作出了贡献，尤其是他们对**整数的性质**研究上有很多创造。

把(除其本身以外)全部因数之和等于本身的数称为**完全数**(如6, 28, 496等)

将本身大于其因数之和的数称为**盈数**

将小于其因数之和的数称为**亏数**





他们还发现了**亲和数**（如220与284就是一对亲和数），是友谊的象征。

两千年后的费马才发现了第二对亲和数，即
17296 ($=2^4 \cdot 23 \cdot 47$) 与 18416 ($=2^4 \cdot 1151$)。

现在已找到上千对亲和数。

他们还发现了亲和数（如220与284就是一对亲和数），是友谊的象征。

两千年后的费马才发现了第二对亲和数，即 $17296 (=2^4 \cdot 23 \cdot 47)$ 与 $18416 (=2^4 \cdot 1151)$ 。

现在已找到上千对亲和数。

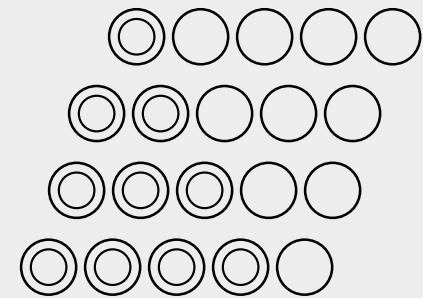


毕达哥拉斯学派从形与数的关系出发，研究了二者的结合物——“形数”，如三角数、平方数、五角数、六角数，等等，并用点子排出。

例如，毕氏称 $1, 1+2, 1+2+3, 1+2+3+4$ ，等等为三角数。



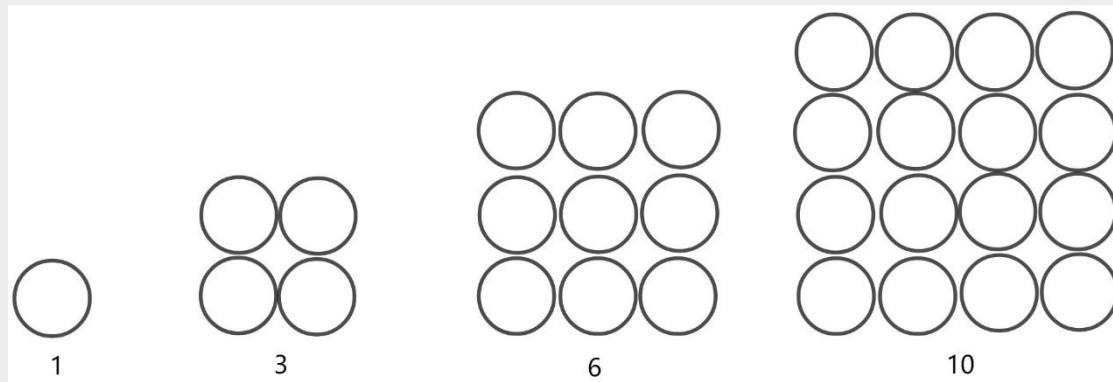
如果求 $S=1+2+3+\dots+n$ 的值（用○表示）,
就可以设想有另外一个 S （用○表示）,
将其倒放，并与原来的 S 拼合起来。



全部有 $n(n+1)$ 个球，因此一个 S 就是 $\frac{n(n+1)}{2}$



而对于 $1, 4, 9, 16, \dots, n^2$ 可以构成正方形点阵，
它们也被称作**正方形数或平方数**。



类似地，

五角数: $1, 5, 12, 22, 35$ 。

六角数: $1, 6, 15, 28, 45, \dots$



在几何学方面，毕达哥拉斯学派发现“**勾股定理**”，并且给出了某种证明，西方人仍然把勾股定理称为“**毕达哥拉斯定理**”。

“**毕达哥拉斯三元数组**”，指的是可作为直角三角形三条边的三数组的集合，也就是不定方程 $x^2+y^2=z^2$ 的解。



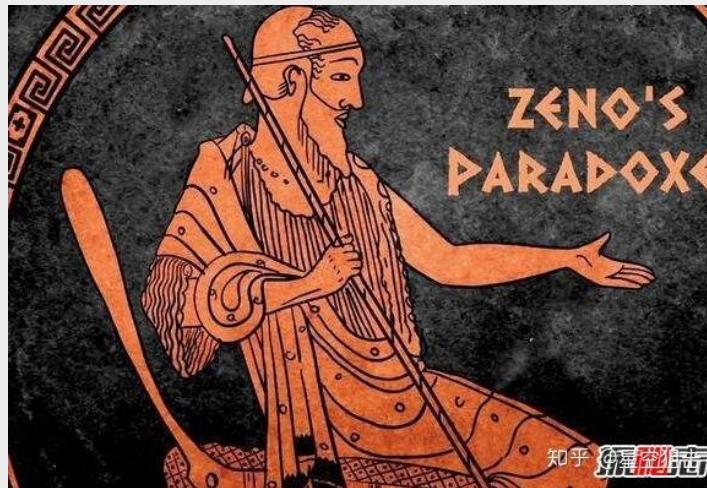
毕达哥拉斯学派发现以 $2n+1$ ， $2n^2+2n$ 为直角边，
以 $2n^2+2n+1$ 为斜边，就是其中的一组解。即有：

$$(2n+1)^2 + (2n^2+2n)^2 = (2n^2+2n+1)^2$$

毕达哥拉斯学派还证明了“三角形内角之和等于两个直角”；最先认识并研究了“黄金分割”；发现了正五角形和相似多边形的作法等等。

3. 埃利亚学派

埃利亚位于意大利半岛西岸，创始人是巴门尼德
(Parmenides, 约公元前515-约公元前450)。



3. 埃利亚学派

本学派的代表人物是数学史上著名的“诡辩家”芝诺(Zeno, 约公元前490-约前430), 他首先提出了“悖论”这个概念, 并叙述了四条著名的悖论 (他共创设了40个悖论)。





(1) **二分说**：一个物体从甲地到乙地，永远不能到达。

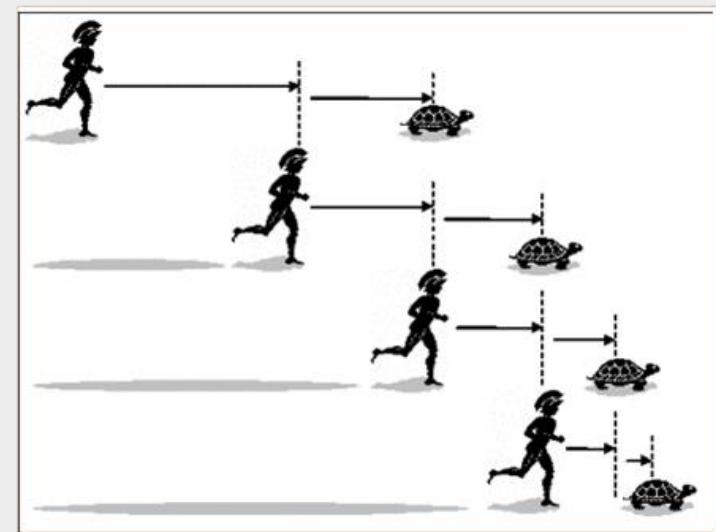
因为想从甲到乙，首先要通过道路的一半，但要通过这一半，必须先通过一半的一半，这样分下去，永无止境。

结论是此物的运动被道路的无限分割阻碍着，根本不能前进。



(2) 阿基琉斯（善跑英雄）追龟说：阿基琉斯追乌龟，永远追不上。

因为当追到乌龟的出发点时，龟已向前爬行了一段，他再追完这一段，龟又向前爬了一小段。这样永远重复下去，总也追不上。



(3) 飞箭静止说：每一瞬间箭总在一个确定的位置上，因此它是不动的。



(4) **运动场问题：**芝诺论证了时间和它的一半相等。

设有三队士兵A, B, C, 开始时首尾对齐, 现C队不动, 设在最小的时间单元内, A队向左移一位, B队向右移动一位, 但相对于B而言, A移动了两位。于是使A相对于B移动一位的时间应该是时间单元之半。假定时间单元不能再分, 那么, 时间和它的一半相等。



4. 巧辩学派

巧辩学派，也译为“智人学派”或“哲人学派”。这个学派代表人物是普洛塔哥拉斯（Protagoras,公元前481-公元前411）、哥尔基亚（Gorgias,公元前487-公元前380）、安提丰（Antiphon,公元前480? -公元前411）等。

他们主要是以教授文法、逻辑、数学、天文、修辞、雄辩等科目为业，培养各方面的人才。





(1) “**三大几何难题**”：要求作图只能有限次地用直尺（指只能划直线、没有刻度的尺）和圆规（简称尺规）。

三等分任意角

倍立方体

化圆为方



(2) 尺规作图所能作出的基本图形：

- 过两点画一条直线、作圆、作两条直线的交点、作两圆的交点、作一条直线与一个圆的交点。
- 二等分已知线段。
- 二等分已知角。
- 已知直线l和直线外一点P，过点P作直线l的垂线。



(2) 尺规作图所能作出的基本图形：

- 所有正整数 n (长度为 n 的线段)。
- 所有正分数 $\frac{m}{n}$ ($n \neq 0$)。
- 上述各种数的和、差、积、商及算术平方根。



5. 柏拉图学派

公元前3世纪，哲学家**柏拉图**(Plato，公元前427—前347或348)在雅典创办著名的柏拉图学园，培养了一大批数学家。

柏拉图非常重视数学，认为数学是一切学科的基础，强调数学的理性作用和价值，而忽视其实用价值。



柏拉图学派培养出不少数学家，如
欧多克索斯 (Eudoxus) 、门奈赫莫斯
(Menaechmus) 。



欧多克索斯的最主要成果有：

- 用**公理法**创立了同时适用于可通约量及不可通约量的比例理论，他为此作出的工作成为欧几里得《几何原本》第5卷《比例论》大部分内容。
- 提出了“**阿基米德公理**”：“对于任意两个正数a、b，必存在自然数n，使得 $na > b$ 。”



门奈赫莫斯最突出的数学成就是：

- 发现了圆锥曲线，他用垂直于母线的平面支截直角、钝角圆锥面，从而得到三种曲线，并作出了比较分析。
- 是用圆锥曲线解倍立体问题。



6.原子论学派

原子论学派的创始人是勒西普斯 (Leucippus) ，生于米利都，曾是芝诺的学生。后来以德谟克利特 (Democritus,约公元前460-约公元前370) 为代表。

原子论的基本观点：认为原子是万物的本原，原子是不可分割的。该学派原子论应用到数学上，认为线段、面积和立体，是由许多不可再分的原子所构成。



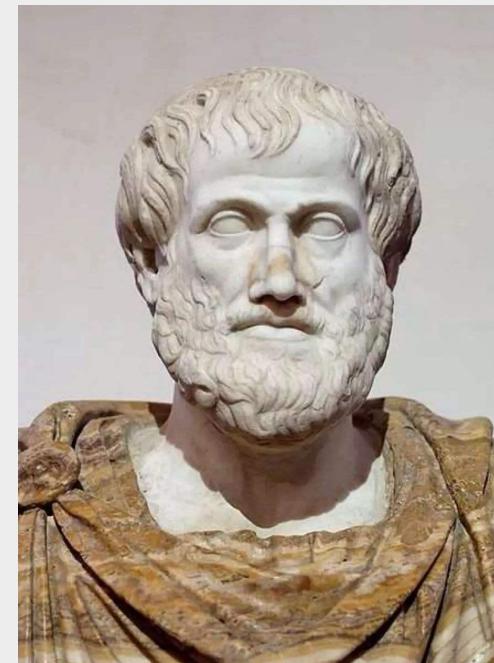
02

古希腊数学名家



1. 逻辑之父——亚里士多德

西方形式逻辑研究最主要的、有系统理论建树的是**亚里士多德**（公元前384—前322），有人称他为“逻辑之父”。



亚里士多德在总结前人研究成果的基础上，最早从形式结构来论述演绎推理，从而第一次全面、系统地研究了逻辑学的各种主要问题，由他开始了形式逻辑的古典阶段。

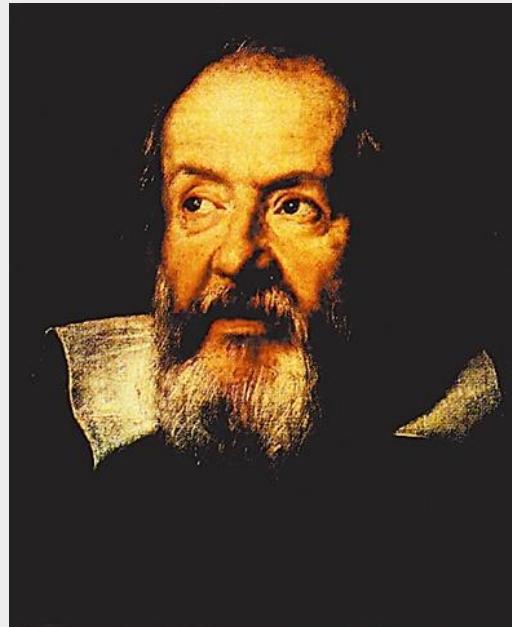


他的主要逻辑著作有：《范畴篇》、《解释篇》、《前分析篇》、《后分析篇》、《论辩篇》和《辩谬篇》，后人把它们收集在一起，合称为《工具论》。



2. “数学之神” ——阿基米德

阿基米德 (Archimedes, 前287~212年) , 是历史上兼数学家与力学家的伟大学者, 被誉为 “数学之神” 、“力学之父” 。他与牛顿、欧拉和高斯并称为四个最伟大的数学家之一。

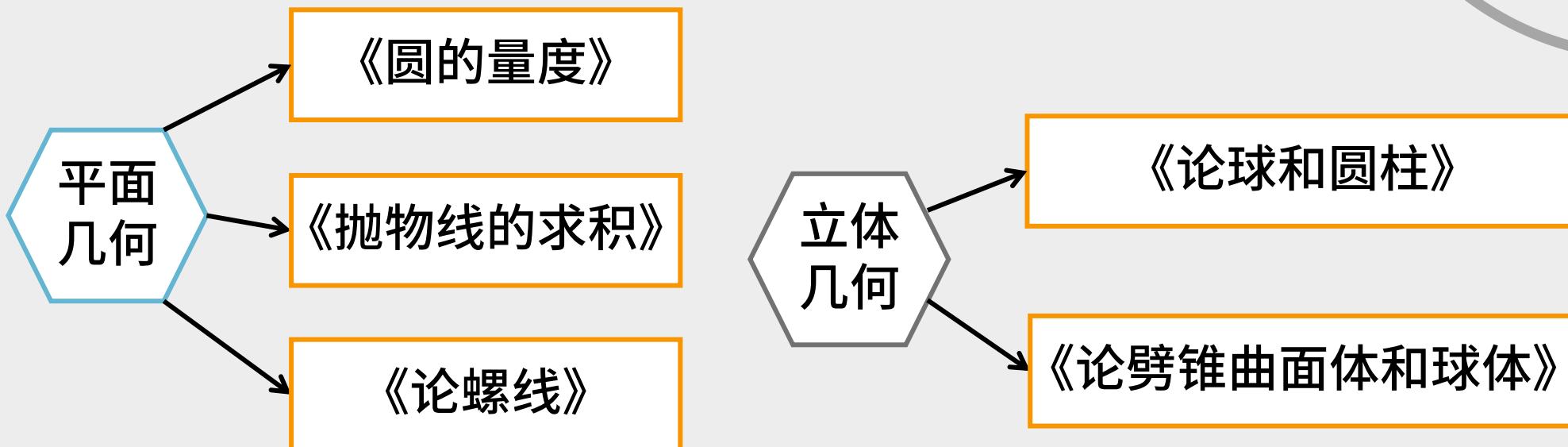


他发现**杠杆原理**，又用几何演绎方法推出许多杠杆命题，给出严格的证明。

“阿基米德原理”：据说他确立了力学的杠杆定理之后，曾发出豪言壮语：“给我一个立足点，我就可以移动这个地球”！

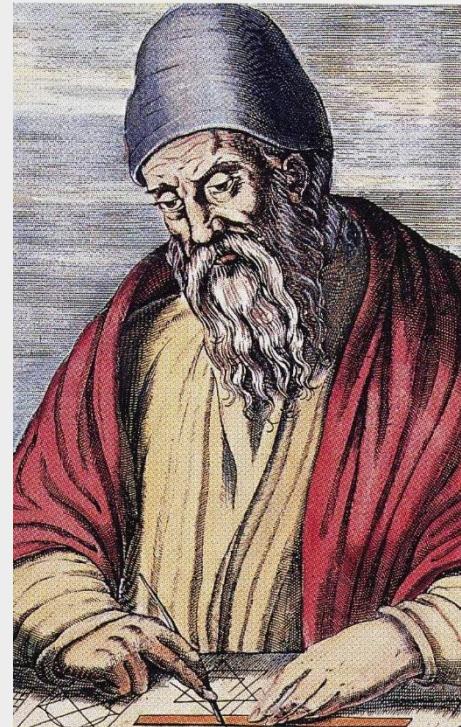


阿基米德对数学的最大贡献，是对曲边形与曲面体的研究，其中蕴含着丰富的积分学的思想。



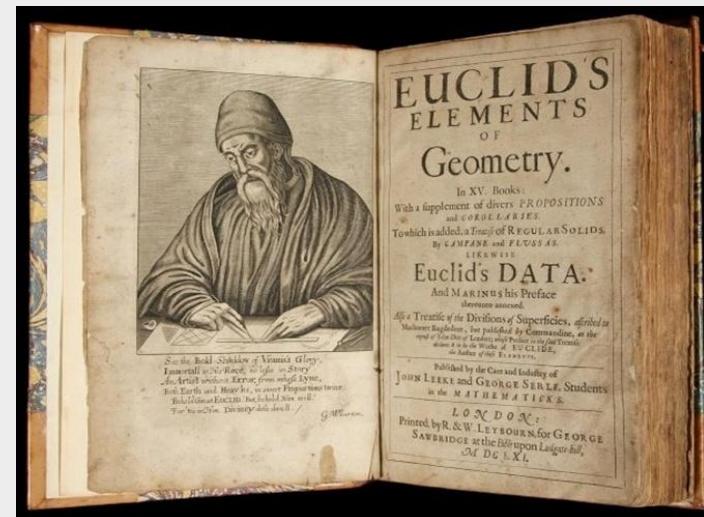
3. 欧几里得与《原本》

亚历山大里亚前期大数学家欧几里得把形式逻辑的公理演绎方法应用于几何学，从而完成了数学史上具有划时代意义的重要著作《原本》。



《原本》, 共13卷。含有23条定义、5条公理、5条公设, 在此基础上, 演绎出467个命题。

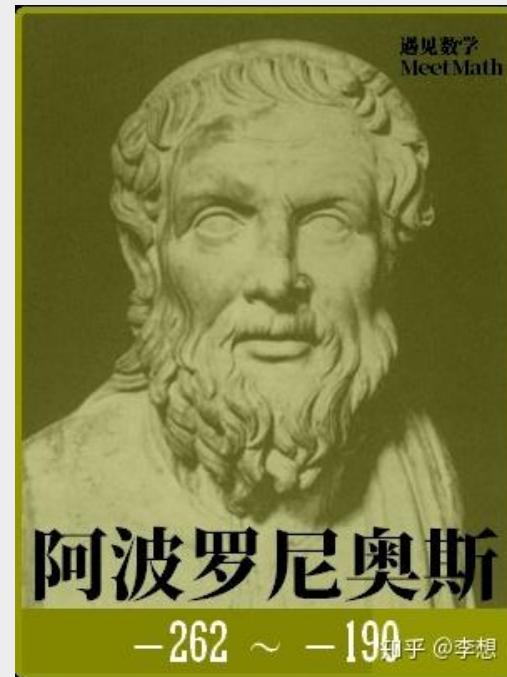
内容包括直线及圆的性质、比例论、相似形、数论、不可公度量的分类、立体几何及穷竭法等。



4.阿波罗尼奥斯和《圆锥曲线论》

阿波罗尼奥斯 (Apollonius of Perga, 约公元前262—约前190) , 是与欧几里得、阿基米德同一时期的伟大数学家。

他在前人工作的基础上发展了圆锥曲线理论, 经典巨著 《圆锥曲线论》。





《圆锥曲线论》八大卷，现存前四卷希腊文本和其次三卷的阿拉伯文本，这是一部内容广泛的著作，其中对许多复杂命题叙述奇特。

书中首先证明了三种圆锥曲线都可以由同一圆锥体截取而得，继而给出抛物线、椭圆、双曲线，正交弦等名称。

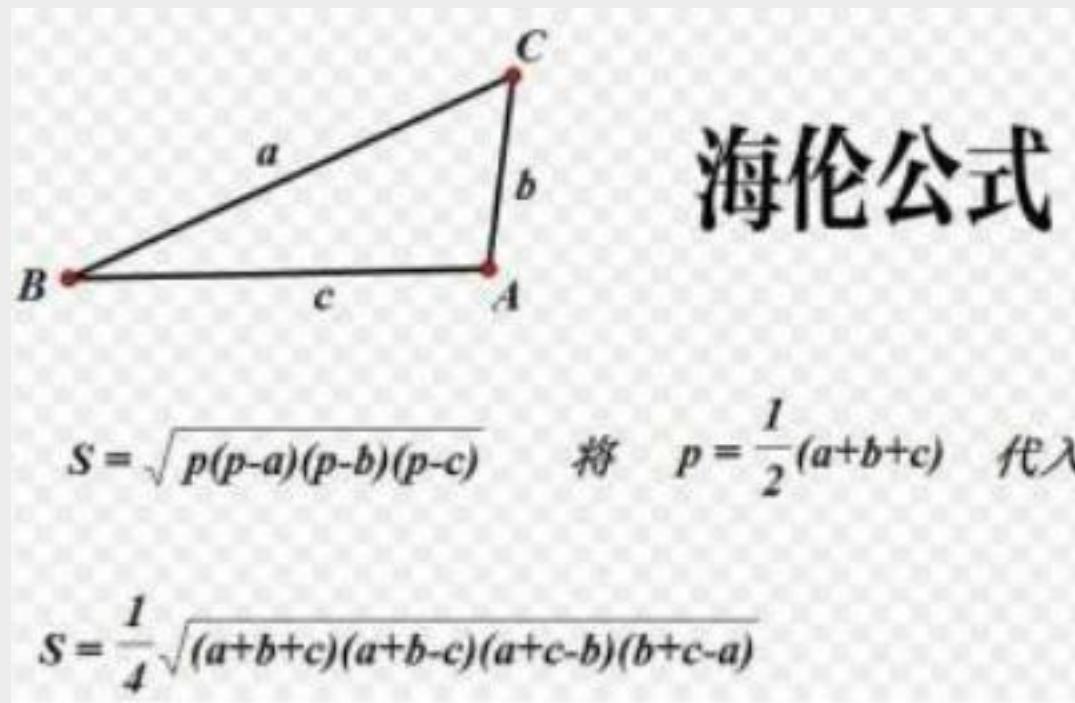
5. 测量大师 —— 海伦

数学家海伦 (Heron of Alexandria, 约1世纪) 生于埃及亚历山大里亚, 是古希腊数学家、力学家、机械学家和测量家。

代表性的著作有《度量论》、《几何》、《体积求法》等14本保存到现在。



在《度量论》中，他更给出著名的三角形的
面积公式——海伦公式。



6.古希腊天文、地理、地图、数学家——托勒密

托勒密 (Claudius Ptolemaeus, 约90-168) ,生于埃及的亚历山大里亚, 古希腊天文、地理、地图、数学家。



在数学方面，托勒密用圆周运动组合解释了天体视动，这在当时被认为绝对准确。

他在《大综合论》中证明了许多与天文学计算有关的球面三角定理，其中，他论证了四边形的特性，即著名的**托勒密定理**。

根据这一定理，托勒密推出了**正弦、余弦的和差公式**及一系列的三角恒等式。



6.最早的女数学家——海帕西娅

海帕西娅 (Hypatia,约370---415年) , 是目前历史考证所能确定的**第一位女数学家**。

她注释了许多古希腊哲学家的著作，写了不少有关**数学和天文学**的书和论文，阐明了阿波罗尼奥斯得圆锥曲线理论，还发明了星盘，可惜的是她的全部著作都已经失传。



感谢聆听

