

《数学大观》

## 二十五、古希腊的数学学派与 数学名家

主讲人：青课



01

## 古希腊的数学学派



古希腊数学教育是以**几何学**为中心，  
注重**抽象思辨**和**公理化**，数学教育的主要  
目的是培养学生的**逻辑思维能力**。

古希腊的数学教育形式主要是形成以  
**地域特色**的古希腊的数学学派。





## 1.爱奥尼亚学派：

爱奥尼亚学派，是古希腊**第一个**数学学派，由“科学之父”的**泰勒斯**创立。

爱奥尼亚学派研究的对象是**包括哲学和自然科学的自然哲学体系**，数学与天文学是自然哲学的不可分割的部分。

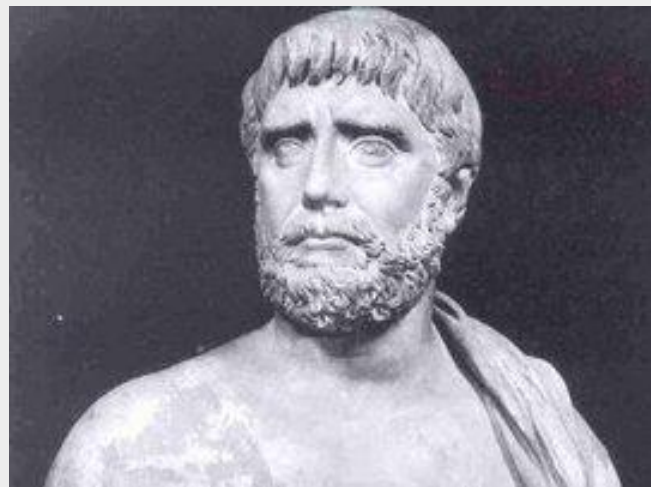
**爱奥尼亚学派**是真正的希腊科学的开始。



泰勒斯（Thales of Miletus，约前625-前547）是古希腊第一个数学家和哲学家，希腊最早的哲学学派——爱奥尼亚学派的创始人，被誉为希腊“科学之父”。

利用太阳影子计算金字塔的高度：

预测日食



泰勒斯

## 泰勒斯在数学方面的划时代贡献主要有：

- 把埃及的地面几何演变成平面几何学，发现了许多几何学的基本定理，并应用到实践当中。
- 开始了命题证明。例如，“如果两个三角形有一条边以及这条边上的两个角对应相等，那么这两个三角形全等”。

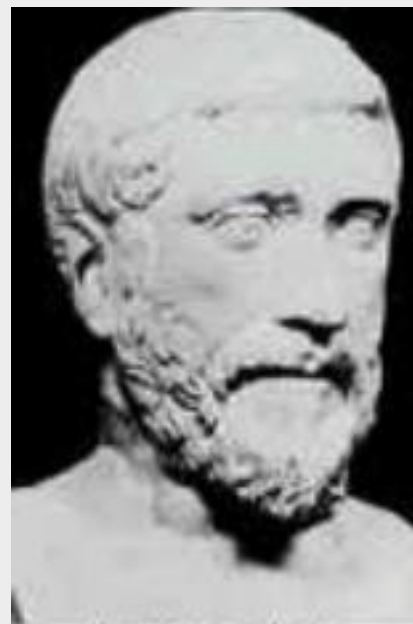
这个定理是泰勒斯最先发现并证明的，后人常称之为“泰勒斯定理”。



## 2.毕达哥拉斯学派

**毕达哥拉斯**（公元前572-公元前497）出生在爱琴海中的萨摩斯岛(今希腊东部小岛)，与中国的孔子（公元前551-前479）同时，是科学史上最重要的人物之一。

约公元前530年，建立了一个**宗教、政治、学术合一**的团体，这就是毕达哥拉斯学派。



毕达哥拉斯





毕达哥拉斯学派信奉“万物皆数”的哲学信条，即将抽象的数作为万物的本源，通过揭露数的奥秘来探索宇宙的永恒真理。

他们将科学分为四大分支，即算术、几何、音乐、天文。

该学派注意到数与音乐和谐、数与几何图形、数与天体运行的关系，在对数的研究中带有神秘色彩。





毕达哥拉斯学派对在数学的发展作出了贡献，尤其是他们对**整数的性质**研究上有很多创造。



把(除其本身以外)全部因数之和等于本身的数称为**完全数**(如6，28，496等)

将本身大于其因数之和的数称为**盈数**

将小于其因数之和的数称为**亏数**

他们还发现了亲和数（如220与284就是一对亲和数），是友谊的象征。

两千年后的费马才发现了第二对亲和数，即17296（ $=2^4 \cdot 23 \cdot 47$ ）与18416（ $=2^4 \cdot 1151$ ）。

现在已找到上千对亲和数。



他们还发现了亲和数（如220与284就是一对亲和数），是友谊的象征。

两千年后的费马才发现了第二对亲和数，即17296（ $=2^4 \cdot 23 \cdot 47$ ）与18416（ $=2^4 \cdot 1151$ ）。

现在已找到上千对亲和数。

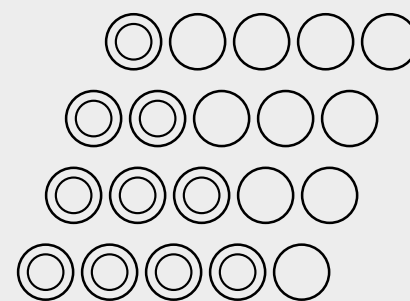


毕达哥拉斯学派从形与数的关系出发，研究了二者的结合物——“形数”，如三角数、平方数、五角数、六角数，等等，并用点子排出。

例如，毕氏称1， $1+2$ ， $1+2+3$ ， $1+2+3+4$ ，等等为三角数。



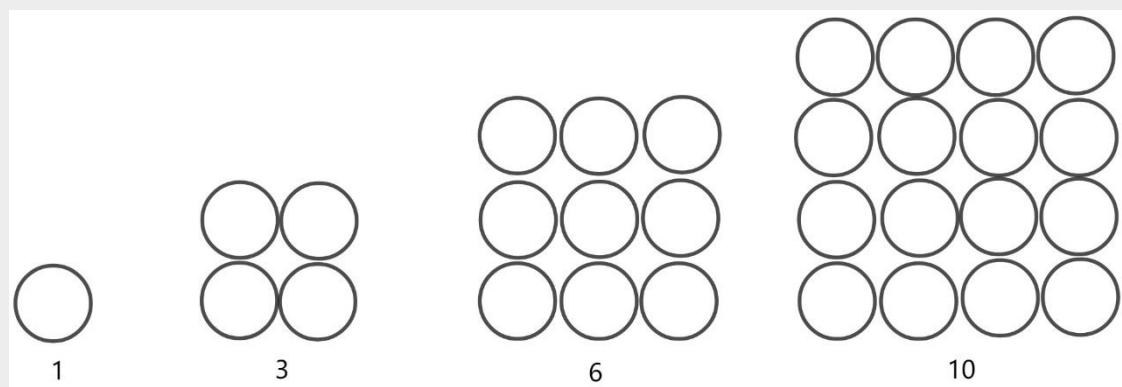
如果求 $S=1+2+3+...+n$  的值（用◎表示），  
就可以设想有另外一个S（用○表示），  
将其倒放，并与原来的S拼合起来。



全部有 $n(n+1)$ 个球，因此一个S就是 $\frac{n(n+1)}{2}$



而对于 $1, 4, 9, 16, \dots, n^2$  可以构成正方形点阵，  
它们也被称作**正方形数或平方数**。



类似地，

五角数：1, 5, 12, 22, 35。

六角数：1, 6, 15, 28, 45, ...



在几何学方面，毕达哥拉斯学派发现“勾股定理”，并且给出了某种证明，西方人仍然把勾股定理称为“毕达哥拉斯定理”。

“毕达哥拉斯三元数组”，指的是可作为直角三角形三条边的三数组的集合，也就是不定方程 $x^2+y^2=z^2$ 的解。





毕达哥拉斯学派发现以 $2n+1$ ， $2n^2+2n$ 为直角边，  
以 $2n^2+2n+1$ 为斜边，就是其中的一组解。即有：

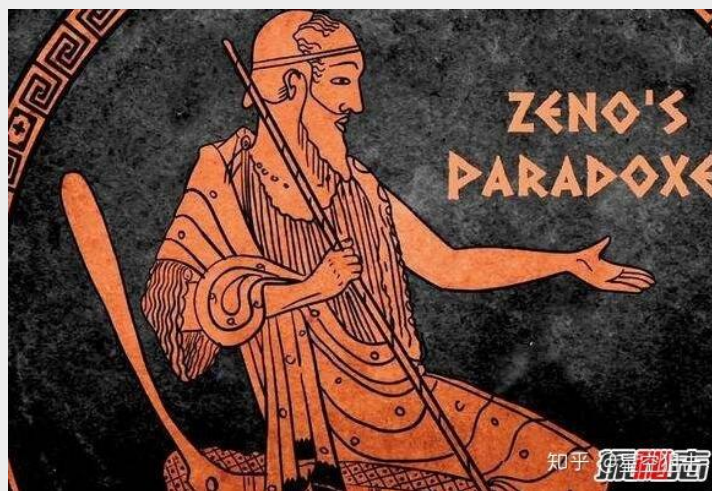
$$(2n+1)^2 + (2n^2+2n)^2 = (2n^2+2n+1)^2$$

毕达哥拉斯学派还证明了“三角形内角之和等于两个直角”；最先认识并研究了“黄金分割”；发现了正五边形和相似多边形的作法等等。



### 3.埃利亚学派

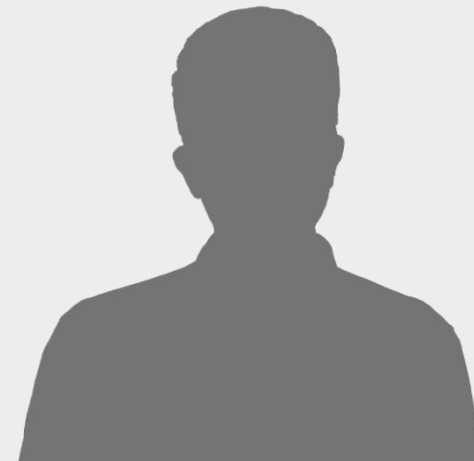
埃利亚位于意大利半岛西岸，创始人是巴门尼德  
(Parmenides,约公元前515-约公元前450)。



### 3.埃利亚学派

本学派的代表人物是数学史上著名的“诡辩家”芝诺(Zeno, 约公元前490-约前430), 他首先提出了“悖论”这个概念, 并叙述了四条著名的悖论（他共创设了40个悖论）。

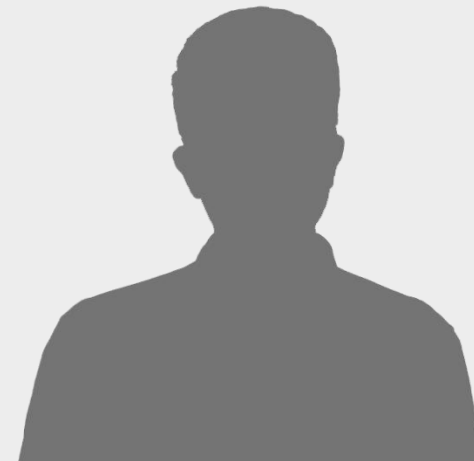




(1) **二分说**：一个物体从甲地到乙地，永远不能到达。

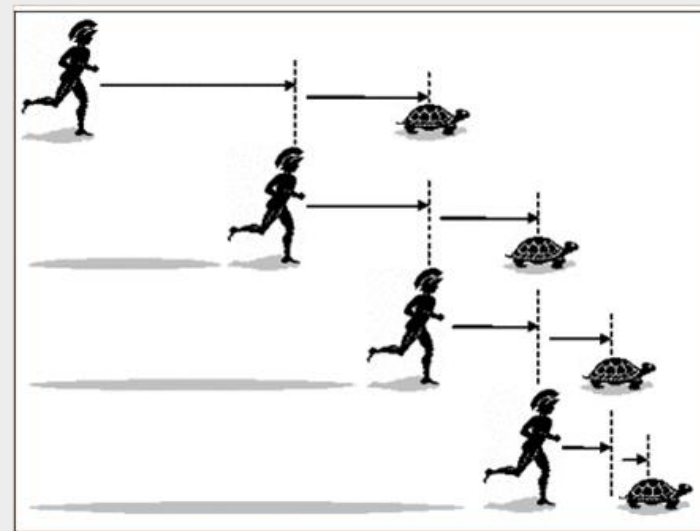
因为想从甲到乙，首先要通过道路的一半，但要通过这一半，必须先通过一半的一半，这样分下去，永无止境。

结论是此物的运动被道路的无限分割阻碍着，根本不能前进一步。



(2) 阿基琉斯（善跑英雄）追龟说：阿基琉斯追乌龟，永远追不上。

因为当追到乌龟的出发点时，龟已向前爬行了一段，他再追完这一段，龟又向前爬了一小段。这样永远重复下去，总也追不上。





(3) **飞箭静止说**：每一瞬间箭总在一个确定的位置上，  
因此它是不动的。



(4) **运动场问题**：芝诺论证了时间和它的一半相等。

设有三队士兵A，B，C，开始时首尾对齐，现C队不动，设在最小的时间单元内，A队向左移一位，B队向右移动一位，但相对于B而言，A移动了两位。

于是使A相对于B移动一位的时间应该是时间单元之半。假定时间单元不能再分，那么，时间和它的一半相等。





## 4.巧辩学派

巧辩学派，也译为“智人学派”或“哲人学派”。这个学派代表人物是普洛塔哥拉斯（Protagoras,公元前481-公元前411）、哥尔基亚（Gorgias,公元前487-公元前380）、安提丰（Antiphon,公元前480? -公元前411）等。

他们主要是以教授文法、逻辑、数学、天文、修辞、雄辩等科目为业，培养各方面的人才。



(1) “**三大几何难题**”：要求作图只能有限次地用直尺（指只能划直线、没有刻度的尺）和圆规（简称尺规）。

三等分任意角

倍立方体

化圆为方





(2) 尺规作图所能作出的基本图形：

- 过两点画一条直线、作圆、作两条直线的交点、作两圆的交点、作一条直线与一个圆的交点。
- 二等分已知线段。
- 二等分已知角。
- 已知直线 $l$ 和直线外一点 $P$ ，过点 $P$ 作直线 $l$ 的垂线。



(2) 尺规作图所能作出的基本图形：

- 所有正整数 $n$ （长度为 $n$ 的线段）。
- 所有正分数 $\frac{m}{n}$ （ $n \neq 0$ ）。
- 上述各种数的和、差、积、商及算术平方根。





## 5.柏拉图学派

公元前3世纪，哲学家**柏拉图**(Plato，公元前427—前347或348)在雅典创办著名的柏拉图学园，培养了一大批数学家。

柏拉图非常重视数学，认为数学是一切学科的基础，强调数学的理性作用和价值，而忽视其实用价值。

柏拉图学派培养出不少数学家，如  
欧多克索斯（Eudoxus）、门奈赫莫斯  
（Menaechmus）。





## 欧多克索斯的最主要成果有：

- 用**公理法**创立了同时适用于可通约量及不可通约量的比例理论，他为此作出的工作成为欧几里得《几何原本》第5卷《比例论》大部分内容。
- 提出了“**阿基米德公理**”：“对于任意两个正数 $a$ 、 $b$ ，必存在自然数 $n$ ，使得 $na > b$ 。

## 门奈赫莫斯最突出的数学成就是：

- 发现了圆锥曲线，他用垂直于母线的平面支截直角、钝角圆锥面，从而得到三种曲线，并作出了比较分析。
- 是用圆锥曲线解倍立体问题。





## 6.原子论学派

原子论学派的创始人是**勒西普斯**（Leucippus），生于米利都，曾是芝诺的学生。后来以德谟克利特（Democritus,约公元前460-约公元前370)为代表。

原子论的基本观点：**认为原子是万物的本原，原子是不可分割的**。该学派原子论应用到数学上，认为线段、面积和立体，是由许多不可再分的原子所构成。

02

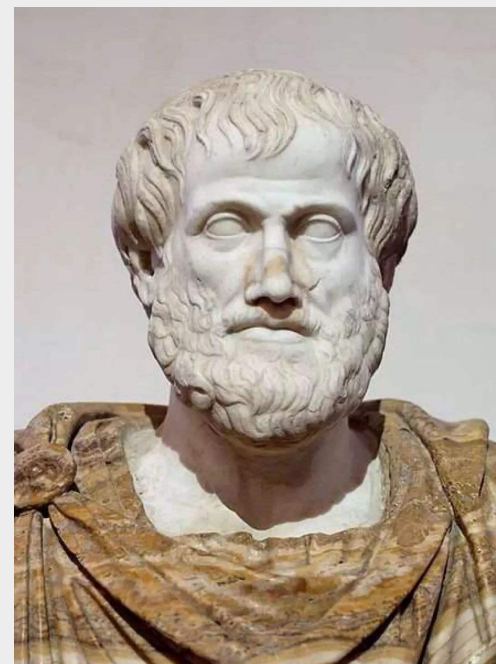
## 古希腊数学名家





## 1.逻辑之父——亚里士多德

西方形式逻辑研究最主要的、有系统理论建树的是亚里士多德（公元前384—前322），有人称他为“逻辑之父”。



亚里士多德在总结前人研究成果的基础上，最早从形式结构来论述演绎推理，从而第一次全面、系统地研究了逻辑学的各种主要问题，由他开始了**形式逻辑的古典阶段**。



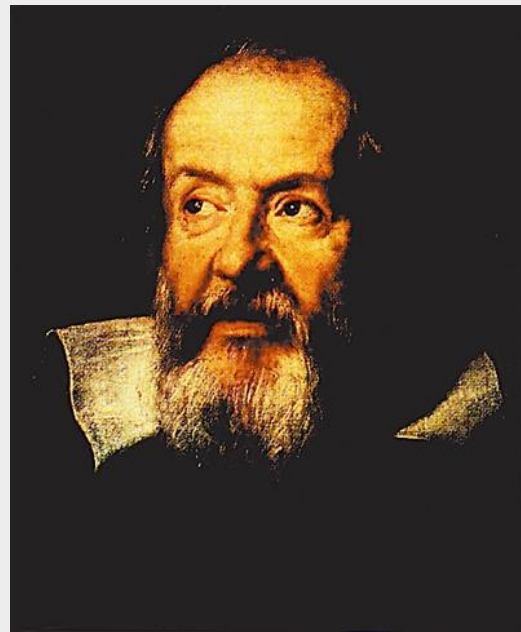
他的主要逻辑著作有：《范畴篇》、  
《解释篇》、《前分析篇》、《后分析篇》、  
《论辩篇》和《辩谬篇》，后人把它们收集  
在一起，合称为《工具论》。





## 2. “数学之神”——阿基米德

阿基米德（Archimedes，前287~212年），是历史上兼数学家与力学家的伟大学者，被誉为“数学之神”、“力学之父”。他与牛顿、欧拉和高斯并称为四个最伟大的数学家之一。



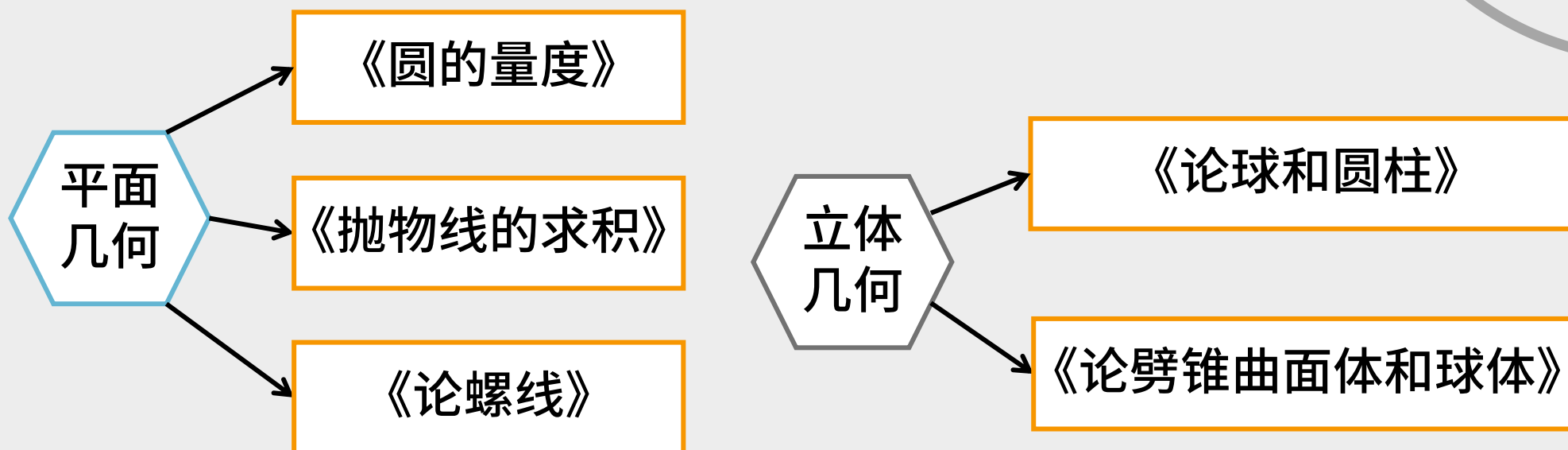


他发现**杠杆原理**，又用几何演绎方法推出许多杠杆命题，给出严格的证明。

“阿基米德原理”：据说他确立了力学的杠杆定理之后，曾发出豪言壮语：“给我一个立足点，我就可以移动这个地球”！



阿基米德对数学的最大贡献，是对**曲边形与曲面体**的研究，其中蕴含着丰富的积分学的思想。





### 3.欧几里得与《原本》

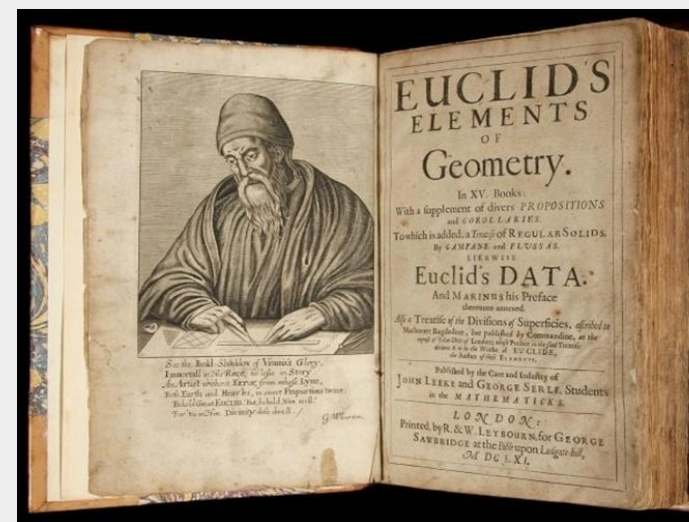
亚历山大里亚前期大数学家**欧几里得**把形式逻辑的公理演绎方法应用于几何学，从而完成了数学史上具有划时代意义的重要著作《**原本**》。





《原本》，共13卷。含有23条定义、5条公理、5条公设，在此基础上，演绎出467个命题。

内容包括直线及圆的性质、比例论、相似形、数论、不可公度量的分类、立体几何及穷竭法等。



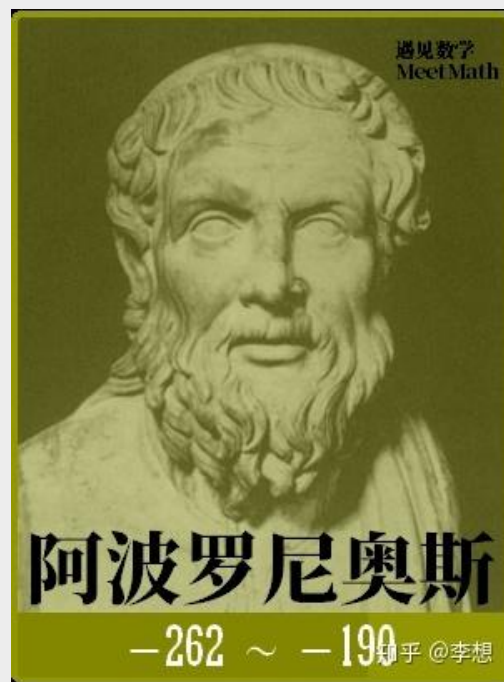




## 4.阿波罗尼奥斯和《圆锥曲线论》

**阿波罗尼奥斯**（Apollonius of Perga，约公元前262—约前190），是与欧几里得、阿基米德同一时期的伟大数学家。

他在前人工作的基础上发展了圆锥曲线理论，经典巨著《圆锥曲线论》。





《圆锥曲线论》八大卷，现存前四卷希腊文本和其次三卷的阿拉伯文本，这是一部内容广泛的著作，其中对许多复杂命题叙述奇特。

书中首先证明了三种圆锥曲线都可以由同一圆锥体截取而得，继而给出抛物线、椭圆、双曲线，正交弦等名称。



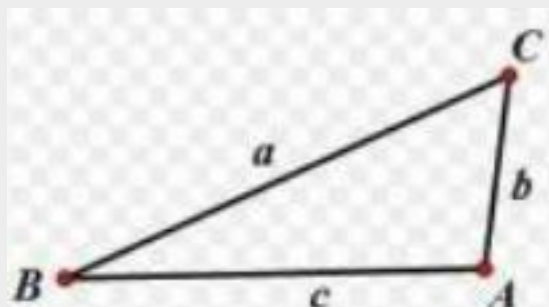
## 5.测量大师 ——海伦

数学家**海伦** (Heron of Alexandria, 约1世纪) 生于埃及亚历山大里亚，是古希腊数学家、力学家、机械学家和测量家。

代表性的著作有《**度量论**》、《**几何**》、《**体积求法**》等14本保存到现在。



在《度量论》中，他更给出著名的三角形的  
面积公式——**海伦公式**。



海伦公式

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad \text{将} \quad p = \frac{1}{2}(a+b+c) \quad \text{代入}$$
$$S = \frac{1}{4} \sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(a+c-b)(b+c-a)}$$

## 6.古希腊天文、地理、地图、数学家——托勒密

**托勒密**（Claudius Ptolemaeus，  
约90-168），生于埃及的亚历山大里亚，  
古希腊天文、地理、地图、数学家。





在数学方面，托勒密用圆周运动组合解释了天体视动，这在当时被认为绝对准确。

他在《大综合论》中证明了许多与天文学计算有关的球面三角定理，其中，他论证了四边形的特性，即著名的托勒密定理。

根据这一定理，托勒密推出了正弦、余弦的和差公式及一系列的三角恒等式。



## 6.最早的女数学家——海帕西娅

海帕西娅（Hypatia,约370---415年），是目前历史考证所能确定的**第一位女数学家**。

她注释了许多古希腊哲学家的著作，写了不少有关**数学和天文学**的书和论文，阐明了阿波罗尼奥斯得圆锥曲线理论，还发明了星盘，可惜的是她的全部著作都已经失传。



感谢聆听

